**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Дополнительные главы математической статистики

Additional Chapters of Statistics

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 2

Регистрационный номер рабочей программы: 001296

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Ознакомление студентов с теорией U-статистик, а также теорией асимптотического сравнения статистических критериев. Предполагается также дальнейшее формирование у обучающихся логического мышления и подготовка к восприятию других дисциплин по математической статистике. Курс “Дополнительные главы математической статистики” является специальным курсом.Его цель - обучение студентов дополнительным аспектам математической статистики, не вошедшим в основной курс.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Обучающиеся должны обладать знаниями по математике в объеме 7 семестров бакалавриата по направлению Математика и компьютерные науки по математике.

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

Специалист в области теории вероятностей и математической статистики должен владеть теорией проверки статистических гипотез как одной из двух основных частей математической статистики. Важным аспектом проверки гипотез является асимптотическое сравнение критериев на основе того или иного понятия асимптотической относительной эффективности – по Питмену, по Ходжесу-Леману или по Бахадуру. Эта теория и излагается в спецкурсе. Студент должен владеть математическими инструментами, позволяющими сравнить два критерия против заданной альтернативы в асимптотической постановке и дать рекомендации практикам.

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

лекции 30 часов; консультации 2 часа; экзамен 2 часа; самостоятельная работа 29 часов.

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |  |  |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 8 | 24 |  | 2 |  |  |  |  | 2 |  |  |  |  | 20 |  |  |  |  | 2 |
|  | 2-25 |  |  |  |  |  |  | 2-25 |  |  |  |  | 1-1 | 1-1 |  |  |  |  |
| ИТОГО | 24 |  | 2 |  |  |  |  | 2 |  |  |  |  | 20 |  |  |  |  | 2 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| Форма обучения очная | | | | | | |
| Семестр 8 |  |  | экзамен, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Наименование темы (раздела, части) | Вид учебных занятий | Количество часов |
| 1 | U-статистики, их роль в математической статистике и мартингальная структура | лекции | 4 |
| по методическим материалам | 1 |
| 2 | Разложение Хёффдинга и основные предельные теоремы для U-статистик | лекции | 4 |
| по методическим материалам | 1 |
| 3 | Основные подходы к измерению асимптотической эффективности критериев. Расстояние Кульбака-Лейблера. Точные наклоны по Бахадуру и их свойства. | лекции | 4 |
| по методическим материалам | 1 |
| 4 | Большие уклонения статистических функционалов, теоремы Чернова, Санова и Хрунебома. Применения для вычисления точных наклонов. | лекции | 4 |
| по методическим материалам | 3 |
| 5 | Большие уклонения U-статистик. Решение интегральных уравнений для ядер. | лекции | 2 |
| по методическим материалам | 2 |
| 6 | Теорема Бахадура об асимптотической оптимальности критерия отношения правдоподобия. Локальные точные наклоны и локальные индексы. | лекции | 4 |
| по методическим материалам | 2 |
| 7 | Асимптотическое сравнение критериев нормальности. Локальная оптималь­ность и ее вариационная формулировка. Наиболее благоприятные распреде­ления и их явное выражение для простейших альтернатив. | лекции | 2 |
| 8 | Экзамен | консультация | 2 |
| промежуточная аттестация (самостоятельная) | 2 |

ПЛАН ЛЕКЦИЙ

Лекция 1. Изобретение U-статистик Халмошем и Хёффдингом как несмещенных оценок статистических функционалов. Ядро и степень U-статистики..

Лекция 2. Экстремальные свойства U-статистик. Их мартингальная структура.

Лекция 3. Проекция ядра U-статистики. Разложение Хёффдинга. Вырожденные и невырожденные ядра. Дисперсия U-статистик..

Лекция 4. Асимптотическая нормальность невырожденных U-статистик по

Хёффдингу. Примеры из оценивания и проверки гипотез. Теорема Грегори.

Лекция 5. Подход Питмена к вычислению асимптотической эффективности статистических критериев.

Лекция 6. Вычисление асимптотической эффективности статистических критериев по Ходжесу-Леману, Бахадуру и Чернову.Безгранично делимые распределения.

Лекция 7. Информационные числа Кульбака-Лейблера и их свойства.

Лекция 8. Точные бахадуровские наклоны и их свойства.

Лекция 9. Неравенство Бахадура – Рагавачари как аналог неравенства Рао-Крамера.

Лекция 10. Производящие функции моментов и их роль в теории больших уклонений. Теорема Бахадура-Ранга Рао.

Лекция 11. Теорема Чернова. Большие уклонения статистик Колмогорова-Смирнова.

Лекция 12. Большие уклонения эмпирических мер. Теорема Санова.

Лекция 13. Большие уклонения U-статистик с вырожденными и невырожденными ядрами.

Лекция 14. Локальная оптимальность критерия отношения правдоподобия.

Лекция 15. Локальная оптимальность тестовых статистик.

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Посещение лекций

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Основная и дополнительная литература

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

Методика проведения экзамена

Экзамен проводятся в устной форме. Билет состоит из двух вопросов. Время подготовки ответа на вопросы билета составляет 60 минут.

Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы экзамена категорически запрещено. В случае обнаружения факта использования недозволенных материалов (устройств) составляется акт и студент удаляется с экзамена. После ответа на вопросы билета преподаватель задает несколько дополнительных вопросов, на основании оценки ответов на которые итоговая оценка по предмету может быть повышена или понижена.

Критерии выставления оценок

Оценка «отлично» ставится за полностью раскрытый теоретический материал и правильные ответы на дополнительные вопросы преподавателя. Оценка может быть скорректирована в ту или иную сторону с учетом малозначительных погрешностей изложения или, напротив, углубленного изложения материала.

Оценка «хорошо» ставится за изложенный теоретический материал билета (возможно с помощью наводящих подсказок преподавателя).

Оценка «удовлетворительно» ставится за знание основных вопросов по каждой теме.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполняются условия для получения оценок «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно».

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

Не предусмотрены учебным планом

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

**Примерный перечень вопросов к экзамену по всему курсу**

1). Определение и примеры U- статистик.

2) Вырожденные и невырожденные ядра. Разложение Хёффдинга.

3). Закон больших чисел для невырожденных U-статистик.

4)Центральная предельная теорема для невырожденных U-статистик.

5) Теорема Грегори для вырожденных ядер.

1. Асимптотический подход к вычислению эффективностей.
2. Точные наклоны и их свойства.
3. Информация Кульбака-Лейблера и ее свойства.
4. Роль больших уклонений при вычислении точных наклонов.
5. Неравенство Бахадура-Рагавачари.
6. Производящие функции моментов и их свойства.
7. Сопряженные распределения и их свойства.
8. Теорема Бахадура-Ранга Рао.
9. Теорема Чернова и ее обобщения.
10. Теорема Санова и ее современные формулировки.
11. Примеры вычисления больших уклонений.
12. Статистики омега-квадрат.
13. Вариационный метод и неявные нелинейные операторы.
14. Локальные точные наклоны важнейших статистик для проверки согласия.
15. Наиболее благоприятные альтернативы.

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

Не предусмотрены учебным планом

**3.2. Кадровое обеспечение**

Курс может читаться профессором или доцентом, специализирующимся в области теории вероятностей и математической статистики

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

Не ниже кандидата физ.-мат. наук по специальности 01.01.05

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Не предусмотрено

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

Доска, мел

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Стандартная университетская аудитория на 25 чел с доской

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

Не требуется

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Не требуется

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Не требуется

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Тряпка и мел на каждой лекции

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список обязательной литературы**

1. Боровков А.А., Математическая статистика. М., Физматлит, 2007-2010. **Мм + ЭБС «Лань» по подписке СПбГУ:** <https://proxy.library.spbu.ru:2279/book/3810>

2. Королюк, В.С., Боровских, Ю.В. Теория U-статистик. Киев: Наукова Думка,

1989.

3.Никитин, Я.Ю. Асимптотическая эффективность непараметрических

критериев. М.: Наука, 1995.

**3.4.2 Список дополнительной литературы**

4 Булинский А.А., Ширяев А.Н. Теория случайных процессов. – М.: Физматлит, 2003-2005.

5. Феллер. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т.1,2 –М.: Мир,

1967.

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

Не предусмотрен

**Раздел 4. Разработчики программы**

профессор, докт. физ.-мат. наук Я.Ю.Никитин